平成27年

測量　ラーニング集

―目 次―

測量試験内容

平成27年
測量　ラーニング集

[NO.01]　誤差論

誤差01

算術平均値 $x_0 = \frac{[x]}{n}$

観測値：x_1, x_2, …, x_n
n:観測値の個数
残差$v_1=x_1-x_0$, $v_2=x_2-x_0$, …, $v_n=x_n-x_0$
平方残差
$v_1v_1=(x_1-x_0)^2$, $v_2v_2=(x_2-x_0)^2$, …, $v_nv_n=(x_n-x_0)^2$

平方残差の総和
$E=\Sigma vv=\Sigma(x-x_0)^2=\Sigma x^2-2x_0\Sigma x+nx_0^2$ → 最小
$\partial E/\partial x_0=0$より
$-2\Sigma x+2nx_0=0$

$$x_0=\frac{[x]}{n}$$

算術平均の標準偏差　$=\frac{m}{\sqrt{n}}$

残差$v=x-x_0$
同一精度で観測した個々の観測値の標準偏差

$$m=\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$$

(m、Mの式の証明)
残差$v=x-x_0$
誤差$\varepsilon=x-X$(X:真値)
$\varepsilon-v=x_0-X$
$\varepsilon=(x_0-X)+v$
平方すると
$\varepsilon^2=(x_0-X)^2+2v(x_0-X)+v^2$
n個の観測値に関して
$\varepsilon_1^2=(x_0-X)^2+2v_1(x_0-X)+v_1^2$
$\varepsilon_2^2=(x_0-X)^2+2v_2(x_0-X)+v_2^2$
…
$\varepsilon_n^2=(x_0-X)^2+2v_n(x_0-X)+v_n^2$
これらを合計すると
$[\varepsilon^2]=n(x_0-X)^2+2(x_0-X)[v]+[vv]$ …①
分散(標準偏差)の定義は$m^2=[\varepsilon^2]/n$であり、それぞれの測定値$x_1,x_2,\dots,x_n$の分散はm_1^2, m_2^2, …, m_n^2とすると、平均値は

$$x_0=\frac{[x]}{n}=\frac{x_1}{n}+\frac{x_2}{n}+\dots+\frac{x_n}{n}$$

であり、その分散は

$$\sigma^2=\frac{m_1^2}{n^2}+\frac{m_2^2}{n^2}+\dots+\frac{m_n^2}{n^2}$$

通常、$m^2=m_1^2=m_2^2=\dots=m_n^2$とおけるから

$$\sigma^2=\frac{nm^2}{n^2}=\frac{m^2}{n}$$

最確値（平均値）の標準偏差⇒統計学では標準誤差と呼ぶ。

$$M=\frac{m}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}}$$

また誤差、あるいは残差の総和はゼロであるから$v_1+v_2+\dots+v_n=[v]=0$
これを①に代入してnで割ると
$[\varepsilon^2]/n=(x_0-X)^2+[v^2]/n$ …②
ここで$(x_0-X)^2$は近似的に平均値の分散なので
$\frac{m^2}{n}=(x_0-X)^2$ …③
③を②に代入すると

$$\frac{[\varepsilon^2]}{n}=m^2=\frac{m^2}{n}+\frac{[vv]}{n}$$

$$\frac{[vv]}{n}=m^2-\frac{m^2}{n}=\frac{m^2(n-1)}{n}$$

$$m^2=\frac{[vv]}{n-1}$$

• m L ¨ ≯˜˜? / ≯?• F s; L ¨ t z r / wH:u F s; L wäu:•• ;

誤差11

測定距離(L)の最確値

• P L TWAW>TXAX>TYAY / >T?

A A A: A,B,Cの測定距離
Pa,Pb,Pc：A,B,Cの重み
[P]=Pa+Pb+Pc

測量　ラーニング集

[NO.02]　測量機器①

（セオドライト）

セオドライト01

①セオドライト（TS）の構造は，鉛直軸、水平軸，視準軸から成り、これをセオドライトの３軸という。

②セオドライトの主要部分には，水平角や鉛直角を測る水平目盛盤や鉛直目盛盤，さらに鉛直軸を鉛直にするためのプレートレベル（上盤気泡管）がついている。

セオドライト02

①視準軸誤差（c）：視準軸は，対物レンズ中心を通り水平軸に直交する軸。視準線とは対物レンズ中心と十字線とを結んだ線。**視準軸誤差は視準軸と視準線との違い。**

:.;.L a / a m q f

c：視準線の傾き
h：高度
→正反観測で消去

②水平軸誤差（i）：視準線と水平軸が直交し，鉛直軸と水平軸の直交からiだけ傾いている場合を考える。これを水平軸誤差という。

:<; L ‹®– ƒ • Š
→正反観測で消去

③鉛直軸誤差(v)：視準線⊥水平軸，水平軸⊥鉛直軸の場合に，鉛直軸が鉛直方向からｖだけ傾いている場合を考える。セオドライトの最大傾斜方向に視準線が傾いたときには，その方向では誤差が生じないが，最大傾斜の方向から90度方向には最大の誤差が起こる。鉛直軸が鉛直方向から傾いているために水平角読定値に影響する誤差をいう。

:˜; L ˜ ®• ‹ •–® – ƒ Š
v：　鉛直軸の鉛直線からの傾き
u：鉛直軸の最大傾斜方向からの角度
h：目標の高度角
→望遠鏡正反の観測では消去できない。

④外心誤差：視準線が，回転軸の鉛直軸の中心（0）からｒだけ外れている場合には，目標Ａ，Ｂに対して外心誤差
A" Aが起こる。

A= ” / F

A= ” / E

→正反観測で消去

⑤偏心誤差：目盛盤の中心（0）からはずれた位置に鉛直軸（回転軸）の中心がある場合には，水平角測定値に誤差が生じる。しかし，対称位置にA,Bの対向測微装置（読定装置）があり，180度対称位置が読定されれば，夾角には偏心誤差は含まれない。
→測微装置が1つでも正反観測で消去

鉛直角観測では望遠鏡正，反における望遠鏡の回転角はθであり，180度の回転は行わないから測微装置の位置は180度の対向位置には来ない。したがって，鉛直角観測では測微装置1個の場合には偏心誤差は消去されない。

⑥目盛誤差：目盛盤の目盛間隔が不等のために，使用する目盛の位置によって測定値が変わる。これを目盛誤差という。最近は写真技術を用いる目盛技術が発達し，大きな目盛誤差はなくなった。

目盛の製作技術の観点から周期性がアトランダムであると考え，目盛誤差を消去するため目盛の全部を等分した位置で観測するし，これらの平均値で，目盛誤差を近似的に減らす手法を使用する。ｎ対回観測の場合，180°／ｎずつずらして観測する。

平成27年

セオドライト03

〇正反観測の平均値で消去できる誤差

- 水平軸誤差：
  水平軸と鉛直軸が直交していない
- 視準軸誤差：
  視準軸と視準線が一致していない
- 目盛盤の偏心誤差：
  目盛盤の中心が鉛直軸の中心と一致していない
- 望遠鏡の偏心誤差：
  望遠鏡の視準線が鉛直軸の中心から外れている

〇正反観測の平均値で消去できない誤差

- 鉛直軸誤差：
鉛直軸の方向が鉛直線の方向に一致していない
- 目盛誤差:目盛盤の目盛間隔が均一でない
- ゆらぎによる誤差：
  空気密度の不均一さによる目標像のゆらぎ

セオドライト04

〇機能点検

- 光学求心装置にふらつきが無く正常なこと
- 各軸の回転が円滑であること
- 気泡管の調整機構が正常で,気泡の移動が滑かなこと
- 望遠鏡の視度調整機構が円滑で、測量中に視度の変化がないこと
- 水平鉛直角の読取装置が正常なこと

セオドライト05

〇水平角の検定

３方向に0゜，60゜，120゜，及び30゜，90゜，150゜の３対回を１セットの観測を２セット行い，各セットの倍角差，観測差，中数値(T_1-T_2)を検定する

セオドライト06

〇鉛直角の検定

３個の目標を１対回観測し，
高度定数の較差を検定する

セオドライト07

〇視差の消去

- 十字線を見て合焦（焦準）ネジで調整する
- 視度調整１回、平均距離の方向を零方向とし，視度調整を行い，全方向を観測する

（光波測距儀）

光波測距儀01

〇機能点検

- 光学求心装置にフラツキがなく正常であること
- デジタル表示ランプが正常であること
- **モニタメーターの表示が正常範囲内であること**

光波測距儀02

〇測定距離

ò L ò — L ò ÚE¿ / ÚE¿ N ò E ò :¿ F ¿ ;

n_s:光波測距儀固有の標準屈折率
ｎ：測定時の光路の屈折率
Ds：見かけの測定距離

L q l / l L q :¿• F ¿• ;

L q E q l ¿• F = t y ua E –E p

•q L :s E ¿•; ：光波測距儀が採用する標準屈折率

• L :s E ¿•; :気象観測から得られた屈折率

¿• L 6 ; 7á6:l] ? 5; / 6 ; 7á6>re F Te / 5 4 5á6 9 F 5 9á4ce / 6 ; 7á6>re ®s r?:

¿• L 6 ; 7á6:l] ? 5; / 6 ; 7á6>re F T / 5 4 5á6 9 F

•e F s L mt z yáx r vE vá z x v / 6 λ E rá x z r / 8 λ q ®s r?:

= L 6 ; 7á6 / 5 4 5á6 9 :•e F s;

L 5 9á4 c / 6 ; 7á6>r ®s r?:

L T. >T. / 6

–L r. >r. / 6

D:気象補正済みの距離（ｍ）
Ds:気象補正していない距離
Po:光波測距儀が基準としている気圧(hPa)

P:両端点の平均気圧
t_0:光波測距儀が基準としている温度（℃）
ｔ：両端点の平均温度
$ǂ_m$:光波測距儀が基準としている水蒸気圧(hPa)
e:両端点の平均水蒸気圧（hPa）
E:湿度項
n_g:群速度に対する屈折率（0℃，1023.25hPa,0.03%Co2の空気）
Ì：光波の実効波長（Í）

光波測距儀03

○測定距離

D=D₀+ds+K+M

Do：測定値
ds：気象補正値
K：器械定数
M：反射鏡（ミラー）定数

光波測距儀04

○距離測定三点法

òٶ E ù L òٶ E òٶ E Û ù
K：器械定数＋反射鏡定数

光波測距儀05

○測定距離の比例誤差：屈折率（n）の誤差（Δn)が測定距離（Ds）に及ぼす影響

¿ ＝ ï / ủ>¹ ®þ

A， Â: 定数
t：気温
P：気圧

光波測距儀06

○気象補正：

¿ò N :EǗäǗ¿ FǗäǗ¿þ EǗäǗ Ỹ ; H ò H Ú Ǖ^ß
¿=: ˚C
¿ ：hPa
¿ǂ: -（水蒸気圧）

○気象補正前に

- 気温が低くなると→測定距離が長くなる
- 気圧が低くなると→測定距離が長くなる

光波測距儀07

○変調周波数の影響

ò L Fò—?

f：測定時の周波数
$\hat{}_m$: 器械の基準周波数

→fがf₀より低いときはf₀-f>0,dD<0となって測定長は短くなる。

光波測距儀08

○距離に比例する誤差

①気象測定による誤差
②周波数変動による誤差

○距離に関係しない誤差

①位相差分解能
②器械定数誤差
③器械本体、反射鏡の致心誤差
④反射鏡の定数
⑤反射鏡致心誤差

トータルステーション01

○利点

- 角度と距離の測定が同時に可能
- 観測データは自動記録され，手簿記入が省略できる
  （入力は器械高とミラー高のみ）
- 転記ミスがなく，観測時間が短縮
- 観測データの点検が自動で行える
- 三次元座標が求まる
- 一連の自動処理が可能である

（トータルステーション）

トータルステーション02

○短所

- 重量が重く、価格が高い
- 取扱が難しい
- 常識を越えたミスの発見が難しい
- 人意的なデータ操作ができない

トータルステーション03

○発展

- 角度と距離の同時測定から画的データが作成され，道路設計システム，土木施

工管理等に利用できる
- ＧＰＳと組合せた測量システム
- 構造物を定期的に自動測定し，歪み等の管理ができる

トータルステーション04

○取扱上の注意点
- 取扱説明書を熟読し，正しい操作
- 斜距離と水平距離の間違，測点番号，器械高，気象データ，反射鏡定数の手入力ミスを防止する
- 器械重量が大きいことから，三脚のねじれ，器械沈下のための脚杭，踏み板の設置等を検討する
- バッテリー残量に注意し，予備電源を用意す　る
- データコレクタは，フロッピーディスクの湿気や衝撃に弱いため，取扱には十分注意する
- 収集観測データは，速やかに，コピー，パソコン等へ転送記録する
- モニター，データコレクタに異常が発見された時は，作業を中止し，異常原因と影響範囲を調査する

測量　ラーニング集
[NO.03]　**基準点測量**

基準点測量01

- 基準点測量：

三角測量はなくなり，基準点測量はトータルステーション(TS)等で角と距離を測り座標差を求める方法，GPS測量機で基線ベクトルを求める方法が行われる。

既知点の基準点に基づき，測角測距を行い新点の基準点の水平位置，標高を定める作業をいう。

基準点測量02

TSによる方式
①測量計画
②観測
③計算

GNSS(GPS)による方式
①測量計画
②観測
③計算

基準点測量03

(1)作業計画
- 地形図上で新点の概略位置と測量方式を決定，平均計画図を作成
- 作業方法，使用機器，要員，日程について適切な作業計画書を作成

基準点測量04

(2)選点
- 平均計画図に基づき，現地で既知点の現況調査を行い新点位置選定
- 地形，植生，他現地状況に応じ作業の実施方法を検討
- 選点図の作成と平均図の承認を得る

基準点測量05

○平均計画図
- 地形図等（主に空中写真）を用い机上計画を作成
- 既知点と新点の予定位置をプロット
- 新点条件，配点密度を考慮する

○選点図
- 平均計画図に基づき現地調査を行い，測点間の視通を確認し新点を確定
- 確認された視通線を記入する

○平均図
観測図，選点図に基づき，作業規程条件に適合し効率的に作業できる多角網を確定

○観測平均図
計画機関で承認を得た平均図に基づき作成す　る

基準点測量06

○選点の留意点
- 既知点の数を多くし均等に配置する
- 交点の数を多くし各路線が強く結ばれていること
- 路線は短く，節点の数を少なくする
- 路線長を均一にする
- 短かい折線は避ける

○新点の選定条件
- 視通が良好

- 地盤が安定
- 後続作業の利用
- 標石の保全等を考慮
- 最も適切な位置に選定
- 道路の変更改良,新設計画等を関係官公署に照会し移転のない位置
- 交通量の多い道路上は避ける
- 交差点付近は将来の利用面で良い
- 泥湿地，軟弱地盤河岸，堤防，盛土等の局部的に地盤沈下が予想される場所は避ける
- 発見の容易な場所
- 埋設，観測作業の容易な場所

基準点測量07

(3)測量標設置

- 新点等の位置に永久標識,一時標識を設置する
- 必要に応じ保護施設を設ける
- 所定の規格，方法で堅固に埋設する
- 建標承諾書の取得
- 測量標設置位置通知書の作成
- 点の記の作成と写真撮影

基準点測量08

(4)観測

- 平均図に基づき,トータルステーション,セオドライト，光波を用い，関係点間の水平角，鉛直角，距離を測定する作業
- 必要に応じ測標水準測量を行う
- 基準点が直接観測できない場合は,偏心要素を測定
- 計画機関で承認を得た平均図に基づき観測図を作成
- ＧＰＳ衛星からの電波を受信し位相データを記録する

基準点測量09

○点検路線

- 路線長が短いこと
- 既知点と既知点を結合すること
- 全既知点が少なくとも１つの点検路線で結合されていること
- 全単位多角形は少なくとも路線の１つが点検路線と重複すること

基準点測量10

(5)現地計算（補正計算，点検計算）

(6)平均計算

新点の水平位置，標高に関する諸要素を計算し，成果表等を作成する作業

平成27年
測量　ラーニング集

[NO.04]　ＧＮＳＳ（ＧＰＳ）測量

GNSS01

○汎地球測位システム
- 衛星軌道半径：高度20,000kmの6軌道
- 地球１周：１２時間
- 軌道情報は放送暦
- ２４個の人工衛星発信電波の内,
  - ４個以上の衛星から同時受信
- 水平X，Y，高さZ，時間T
- 受信機の時計誤差を考慮

GNSS02

①単独測位
- 受信機１台で，衛星からの電波に含まれるコードの情報によりリアルタイムに位置決定を行う。
- 航法分野：精度100m程度
- 既知点は不要

②相対(干渉)測位
- 複数の測点で同時観測を行い，測点間の相対的位置関係(距離と方向)を求める方法
- 既知点座標が必要
- ディファレンシャル方式：DGPS・差動GPS
- 干渉測位方式：スタティック法，短縮スタティック法，キネマテック法（RTK法、ネットワーク型RTK法）

GNSS03

1) DGPS(作動GPS)：単独測位のように，コード情報で位置を出すが，受信を2箇所で行い，一方を基準局(既知点)として相対的な位置決定を行う。（トランスロケーション法）
2）干渉測位：２点で搬送波の位相を受信し，その差をとることで電波の行路差を観測量として基線解析を行う。行路差の搬送波（L1波）に19ｃｍの不確定が生じるので，次の方法で決定する。
3）スタティック法（静的干渉測位）：観測時間中、受信機をそれぞれの観測点に固定して連続的にデータを取得する。（1-3時間）
4）短縮スタティック法：衛星数を増す代わりに(５衛星以上)観測時間を短縮する方法。（２０分程度）
5）キネマティック法：基準となる固定点に１台の受信機を固定し，もう１台の受信機は複数の観測点において短時間で次々と移動しながら行う方法である。

GNSS04

○ネットワーク型RTK法（1台で観測）
(1)VRS:電子基準点の観測値を利用し，電子基準点内の誤差状況を推定して，エリア内の任意指定位置（仮想点）での観測を作成
(2)FKP：観測点での各種誤差を推定

GNSS05

○ジオイド補正：H=h-N
- GNSS観測からはWGS-84系に準拠する楕円体高hが求まる
- ジオイド高Nを補正し楕円体高から標高Hを求める
- 日本測地系

GNSS06

○座標変換
- WGS-84系への変換パラメータ
- 基準点座標92，パラメータマップ
- 座標変換プログラム：TKY2WGS

GNSS07

○誤差
- 電離層伝搬遅延誤差：
  周波数の２乗に比例
  ２周波(L1.L2)観測で補正
- 対流圏伝搬遅延誤差：標準大気モデル（気温，気圧、湿度）で補正
- 整数値バイアス：多重解からの基線解観測時間を確保する
- アンテナ高計測誤差：同機種のアンテナを同方向に立てる
- 時計誤差：二重位相差を計算する
- 軌道情報誤差：精密軌道暦を用いる
- サイクルスリップ

平成27年

GNSS08

○基線ベクトル
観測データを解析し衛星からの距離差(行路差)より求める
・0.001mまでは
$^{6}L:{}_{5}F\ {}_{6};^{6}E:{}_{5}F\ {}_{6};^{6}E:{}_{5}F\ {}_{6};^{6}$

GNSS09

○観測（干渉測位方式）
- 観測図:セッション(同時に複数のGNSSを用いて行う観測）計画を記入
- 既知点と新点を結合する閉多角形を形成する
- 異なるセッションの組合せ点検のための多角を形成
- 異なるセッションの組合せ点検のための１辺以上の重複観測
- 標高取付：楕円体高差＝高低差
（距離　500mまで）

GNSS10

①スタティック法（静的）
- 精度:数百kmで数cm
- 測量点にアンテナと受信機を設置し，全点同時にGNSS電波を受信記録する

②短縮スタティック法
③キネマテック法（動的）
既知点に１台の受信機を固定し，もう１台の受信機を複数の未知点を順次移動し観測する

GNSS11

○受信高度角：15度を標準
上空視界が確保できない場合は，
30度まで緩和してよい

GNSS12

○検定
- 国土地理院のGNSS比較基線場において観測値と基線長の差が許容範囲内かを点検
- GNSS比較基線場の使用が困難な場合は，1km以上離れた2点以上の任意の点を設け検定された光波等により測定し，基線長とする
- GNSS観測し基線長との差が許容範囲内かを点検

GNSS13

○機能点検
- 光学求心装置にフラツキがなく正常であること
- デジタル表示ランプが正常なこと
- モニタメーターの表示が正常範囲内であること
- アンテナ、ケーブル、コネクターが正常であること

GNSS14

○観測値の点検
- 基線ベクトルの環閉合差：25mm ¾異なる

  セッション多角形の，基線ベクトル各成分の環閉合差を計算する
- 重複する基線ベクトルの較差：25mm

  重複する基線ベクトルの各成分を比較点検す　る

GNSS15

○偏心要素
- 偏心距離：斜距離
- 偏心角：方位角，高低角，高低差
- トータルステーション等は
- 偏心距離：基準面上の距離
- 偏心角：零方向と本点間の夾角

GNSS16

○利点
- 長距離で高精度な測量が可能
- 観測点間の視通がなくてもよい
- 三次元的な相対位置が求まる
- 天候障害が少ない
- 全地球的範囲で２４時間の観測可能
- 準拠楕円体高が求まる

○発展
- 航測カメラと連動することで,高精度な空中三角測量が可能となり，撮影標定図が自動出力される
- 音響測深機と連動することで，海洋調査，河川の流量流速観測が行える

平成27年

測量　ラーニング集

［NO.05］　多角測量

三角点

（歴史）

一等三角測量ではインバールテープ（ワイヤ）で計測した数百メートルの基線Iに基づいて、その辺を含む2つの三角形（基線Iは四辺形の対角線）の内角を調整して、もう一つの対角線II（何回も拡大して40ｋｍ）を求め、各辺40ｋｍぐらいの三角形にして、日本の三角測量は明治時代に完成する。

三角測量の形は三角網と三角鎖とがあるが、前者は日本国内及び朝鮮半島、後者は満州国時代に行われ、東京原点は朝鮮半島から満州までを結合している。

三角測量から電波測距装置（テルロメータ）が開発され、三辺測量になり、さらに光波測距装置により多角測量が行われている。

セオドライトと光波測距儀の一体型の器械、つまり角度と距離が同時に測れる、TS（トータルステーション）が開発されて、それが現在まで使用されているので、その構造・誤差、偏心観測、その他多角測量に関係する事柄を、ここでは取り扱うことにする。

多角測量01

- 正弦定理：$\frac{–}{qgl E}$ L $\frac{`}{qgl F}$ L $\frac{a}{qgl G}$ L t
- 余弦定理：f^6 L „^{6} E .^{6} F t „ ..®.. ‘•
- 面積：　L $\frac{`a}{8V}$

（R：外接円半径）

多角測量02

〇偏心補正

1）視準点（目標）の偏心

$\frac{W}{qgl}$ L $\frac{c}{qglv}$

• ‹ • š L $\frac{c}{W}$ ® ‹ T

（例：平成23年補）

（偏心）∠BAC＝Tの算出

S=2,000m

図6

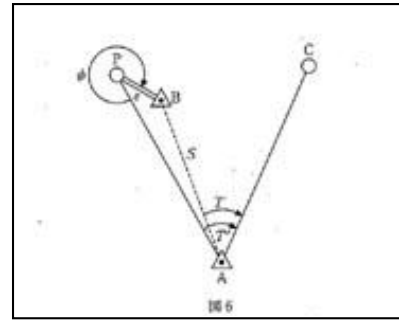



表6

観測結果	
T’	53°25’23″
e	2.000m
ϕ	330°00’00″

• ‹ • š L – ‡ ® ‹ T L $\frac{t•}{trrr•}$ H • ‹ • u x r m F u u r m ;

L $\frac{SW}{srrr}$ H $\frac{SW}{t}$ L s trrr

š=1/2000 î2 î10[5]=100″ L s " v r 6

L ñ F š=53°25’23″ F s " v r L 6 w m t u " v u 6

S’が既知の場合（２辺夾角）

– ƒ • l š $\frac{cqgl}{W?camq}$

^{6} L : ñ F ‡®.. T•;^{6} E : ‡® ‹ •T;^{6}

L '^{6} E ‡^{6} F t "‡®.. T•

（例：平成22年補）

距離AB=Sの算出

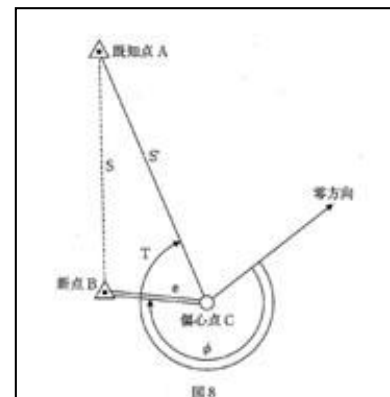
観測結果	
S’	900m
e	100m
T	314°　00’00″
ϕ	254°　00’00″

^{6} L '^{6} E ‡^{6} F t ‡ "… ‘:• F T;

L {rr^6 E srr^6 F t H {rr H srr …x‘• r m

L ztrárr F szárr H $\frac{S}{W}$ L yuárr

図8

L srr¾yuL zwä r •

平成27年

多角測量03

○鉛直軸誤差：：；L　H　　H　ö

v：鉛直軸傾斜角

U：鉛直軸最大傾斜角と視準目標角

H：視準高度角

˜k_v L ˜ H – ƒ •（U=90°のとき）

- 気泡管軸が鉛直軸に直交していない
- 目標高低角が大きくなると誤差も大きくなる
- 気泡偏位量で観測値を補正すると誤差は小
さくなる

多角測量04

○水平軸誤差：：；L　H　ö

水平軸が鉛直軸に直交していない

多角測量05

○視準軸誤差：：；L　H　ö

視準線が水平軸に直交していない

多角測量06

- 目盛盤の偏心誤差：外心誤差
- 視準軸の偏心誤差

目盛誤差：目盛間隔が均等でないことによる誤差

180°／nずつ目盛位置を変えて観測する

多角測量07

高低計算

- 正観測（既知点→求点）：両差Kは＋
- 6 L 5 E •‹ ⁼5 E ≤5 F ˆ6 E
- 反観測（求点→既知点）：両差Kは－
- 6 L 5 F •‹ ⁼6 F ≤6 E ˆ5 F
- 正反の平均→両差Kは消去される

6 L 5 E •‹ S/t :=5 F =6; E S/t :≤5 E ˆ5; F S/t :≤6 E ˆ6;

（例①）正観測

既知点1の標高H_1= 200.000m

既知点1での高低角 .1=1°32 5̶0 Ž

点1-2間の斜め距離L=1499.475m

既知点1での器械高i_1=1.4m

求点2での目標高f_2=1.9m

H_2=40.487+1.4-1.9=239.987m

（例②）反観測

既知点1の標高H_1 =200.000m

求点2での高低角 .2=-1°31 4̶0 Ž

観測斜め距離L= 1,500.000m

求点2での器械高i_2=1.5m

既知点1での目標高f_1=1.8m

H_2=200.000-39.992-1.5+1.8=240.292m

多角測量08

○気差

測定距離Sを挟む中心角：E̋ N W/Vñ

Sを挟む地球の中心角：= W/V

屈折係数K=R/R¶（＝0.14）

（気差） L Wñ/6 L WO/6V

（球差） L ＞L W/6V

（両差）

両差K＝ 球差－気差

L W/6V F Wi/6V L W/6V :s F •;

両差＋：既知点→求点

両差－：求点→既知点

（例③）

水平距離S=1,500.000m

球差= W/6V L 5ꝺ 4 4/6H: ꝺ ; 4ꝺ 4 4 L0.177m

気差= F Wi/6V L F 5ꝺ 4 4H4ꝺ 5 8/6H: ꝺ ; 4ꝺ 4 4 L F0.025m

両差K =球差-気差=0.152m

（∴四等三角点間の両差は約15cmである。）

多角測量09

○傾斜補正：e N ?' ·/6 L F f·/6P

L：斜距離

L F f·/6P

（例）

L=500.000m

h=16.0m

Cg=-0.256m

水平距離D=500.000-0.256=499.744m

平成27年

多角測量10

○投影補正： ｆ Ｌ Ｆ H⑫c / V

H_1:点1の標高

i_1：点1の器械高

H_2：点2の標高

i_2：点2の器械高

R=6370km

H_m:楕円体上の両端点の平均高さ

Ng：両端点の平均ジオイド高

D:測定距離

ö Ｌ Ú/Ú ≯ö Ú Ｅ Ú; Ｅ :ö Ú Ｅ Ú;?Ｅ ü

（例）

点1の標高H_1=200.000m

点2の標高H_2=239.987m

回転楕円体上平均高さでの水平距離

D=1,498.928m

ジオイド高Ng=37.507m

器械高 ⸔5 Ｌ ⸔6 Ｌ sä⸍

平均

k Ｌ s/t ≯t r r ät r r Ｅ säv Ｅ t u {â z y Ｅ säv ?Ｅ u yäv r y

Ｌ t w {ä r r w •

Ｌ ¾ Ｌ xäu x ẃs y •

（このNは卯酉線曲率半径）

f Ｌ Ｆ 5ä = ä 6 ⸔6 9 ä 4 4 4;9 / :ä :9ä 5; Ｌ−0.061m

水平距離S=1,498.867m

注） 地球の平均半径Rは卯酉線曲率半径Nと子午線曲率半径Mから計算され、ジオイド高NgはGSIのHPから緯度、経度を用いて得られます。緯度34°41′25″、経度135°30′19″とすると、ジオイド2000よりNg=37.507mとなります。

多角測量11

○基準面上の距離（S）

Ｌ Pamg / 5>Dc/N

S:回転楕円体上の距離

L:斜距離

H_1:A点の標高

i_1：器械高

H_2:B点の標高

i2：器械高

α_1：A点における高低角

α_2：B点における高低角

平均高低角 =k Ｌ 5/6 :=5 Ｆ =6;

Ng:ジオイド高（A,Bの平均値）

R：地球の平均半径

準拠楕円体上の平均高さ

k Ｌ s/t ≯ 5 Ｅ ⸔5; Ｅ : 6 Ｅ ⸔6;?Ｅ e

（例）

斜め距離L=1,499.468m

H_1=200.000m

i_1=1.5m

H_2=239.987m

i_2=1.5m

既知点1での高低角 α_1=1°32′50″

求点2での高低角 α_2=−1°31′40″

=k Ｌ s/t :s u t w ρ Ｅ s u s v r ó; Ｌ s u t s w 6

ジオイド高Ng=37.507m

準拠楕円体上の平均高さ

k Ｌ s/t ≯t r r Ｅ säv Ｅ

:t u {â z y Ｅ säv ?Ｅ u yäv r y Ｌ t w {ä r r w •

Ｌ … =k / s Ｅ —k

Ｌ säv { {äv x z … ‘ • s u t # / s Ｅ t w {ä r r w / xäu x ẃs y

Ｌ säv { zä t z / sä r r r v r x Ｌ säv { zä x y •

Ｌ ¾ Ｌ xäu x ẃs y •

（このNは卯酉線曲率半径）

楕円体上の距離S=1,498.867m

多角測量12

○スチールテープによる距離の計算

Ｌ Ｅ H ℓ/ℓe Ｅ =:−Ｆ m; Ｅ e Ｅ f

(t−t_o)L>0のとき：＋補正

傾斜補正Cg：－補正

投影補正C_h：H>0のときは－補正

多角測量13

○朝夕の角観測

- 水平角：朝夕がよい
- 高低角：朝夕は避ける

多角測量14

○零方向，基準方向
- 自点より高次点を採用する
- 全方向の平均距離，平均高度を配慮
- 北方の点を採用する

多角測量15

○球面から平面への投影
(平面直角座標系)

• L • m<s E w/6V· k ė =

m:縮尺係数
y ：y座標値
R：平均曲率半径
m_o:原点の縮率（0.9999）
(例①) 平面直角座標値 x =−187,323.352m、y=−35,145.927m、緯度 3=34°18 •38.157 Žでの縮尺係数mを求めると、
GRS80楕円体の長半径a=6,378,137m
扁平率の逆数1/f=298.2572221
b=6,56752.314m

L ¥sF ‡6•‹•6T L rä{{z{uw{sz

卯酉線曲率半径

L =/[L xáuzẃ{usäzz•

子午線曲率半径

L :5?c· ; / [L xáuvẃwxẃ{ut•

平均半径

L ¾ L xáuxẃsyäwyy•

距離の縮率

• L q/W L • m Bs E w/6V· k ė CL rä{{{{swtvw

(2点のY座標値y_1, y_2からの縮尺係数)

s/W L • m<s E 5/:V· k ė :›$_5^6$ E ›5›6 E ›$_6^6$;=

L • m<s E 5/<V· k ė :›5 E ›6;6 E 5/68V· k ė :›5 E ›6;6=

(例②)2つの点の平面直角座標値x_1=−187,323.352m、y_1=−35,145.927m、緯度 3_1=34°18 •38.157 Žとx_2=−187,113.858m、y_2=−34,609.285m、3_2=34°18 •45.022 Žの距離の縮率は、次のように求められる。
m＝s/S=0.999920018

多角測量16

- 方位角

A点を通る子午線を基準にB点まで測った角

- 方向角

平面直角座標系において，A点を通りX軸に平行な直線の+X•の方向から右周りにB点の方向まで測った角

- 真北方向角

（方位角）＝（方向角）−（真北方向角）

多角測量17

○三角点成果表
1）三角点ごとに作成され，標題に三角点の等級，点名，標石番号が表示される。
2）B,Lは準拠楕円体上の地理学的緯度、経度を示す。
3）真北方向角は，当該三角点を通る座標の北から子午線方向の方向角である。
4）X,Yは平面直角座標系の座標値を示す。
5）標高（H）は東京湾平均海面（ジオイド）上の高さを示す。
6）ジオイド高は準拠楕円体を基準としたジオイド面までの高さを示す。
7）柱石長は永久標識を設置した在位の柱石，又は金属標の長さを示す。
8）平均方向角は，当該三角点から視準点方向の準拠楕円体面上の球面方向角で，平均計算で得られた値で表す。
9）距離は，当該三角点から視準点までの準拠楕円体上の球面距離を表す。
10）縮尺係数s/Sは球面距離Sにこの値を乗ずると，その点に属する平面直角座標系の平面距離sとなる係数である。

多角測量18

水平角観測手簿の例

多角測量観測手簿

路線番号（　　）

測点 歌姫（B=C=P）　平成24年2月1日　天候 晴　風 微東
器械 ニコンNivoS　観測者 日本太郎　手簿者 大路花子

時	刻	目盛	望遠鏡	番号	視準点 名称又は番号	目標	観測角	結果	備考
9h	45m	0	r	1	生駒山	甲	0 12 20	0 0 0	
				2	神童子	甲	321 48 20	321 36 0	140−20
			ℓ	2			141 48 40	321 36 20	
				1			180 12 20	0 0 0	
		90	ℓ	1			270 36 20	0 0 0	
				2			232 12 40	321 36 20	
			r	2			52 12 20	321 35 20	100−60
10	01			1			90 37 0	0 0 0	

水平角観測の結果

測点	方向	中数	観測偏心	視準点の偏心	帰零数	中心の観測角
歌姫（B=C=P）	生駒山	0 0 0				0 0 0
	神童子	321 36 0				321 36 0

		倍角差	観測差
1級基準点測量		15´	8´
2級	1級TS	20´	10´
2級	2級TS	30´	20´
3級		30´	20´
4級		60´	40´

上の例は4級基準点測量とすると、
①倍角差＝40´＜60´→合格
②観測差＝40´＝40´→合格
③観測角＝(140+100)/4＝60´
→321° 35¶0´＝321° 36¶´

多角測量19

○高度定数
ある目標の高度角を望遠鏡正、反で測った値をr、ℓとするとr+ℓ＝一定となり、これを高度定数という。普通のセオドライトはr+•=360°となっている。高度定数が大きくなる場合には、望遠鏡気泡管軸を調整して360°に近づける。

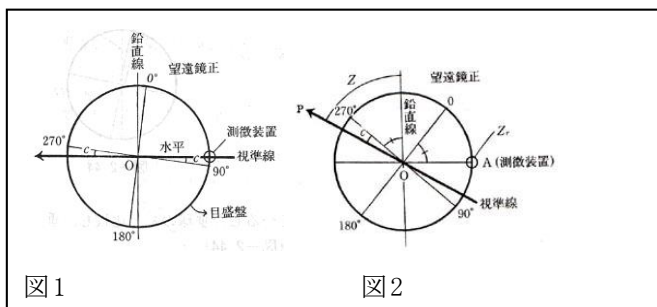



図1　図2

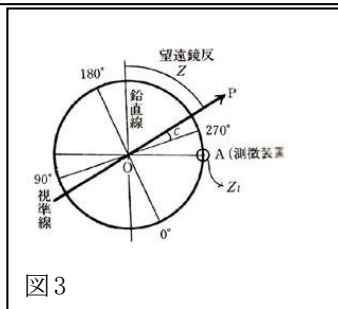



図3

図1のように視準線の接眼鏡側に目盛盤の90° を合わせるべきところ、cだけずれて固定されているものとする。
図2は望遠鏡正で目標Pを視準した場合で、正しい天頂角（鉛直角）をZとすると、
ｐL　F .«①
次に図3は望遠鏡を反転し、望遠鏡反で目標Pを視準した場合であり、

ℓ L tyr¹E∢r¹F： E .;.≂«②
式①から
..L　F ｐ«③
これを式②に代入して変形すれば
ℓ L uxrFt　E ｐ
õ　L 5/6 :uxrE ｐF ℓ ;«④
正しい天頂角（鉛直角）は式④から計算できる。
式①と式②を加えると
ｐE ℓ L uxrFt .«⑤
この2ｃが高度定数である。

（鉛直角手簿（高度定数）の計算例）

鉛直角観測手簿

平成24年 2 月 1 日　天候 晴取雨　器械 Nikon 504
測点 大阪城　観測者 日本太郎
B＝C＝P　手簿者 大阪花子

時 分	望遠鏡	視準点 名称及び番号	目標	観測角	結果		備考
9 45	r	泉原山	甲	89 8 11	γ−l=2Z=	178 14 19	
					Z=	89 7 10	
	ℓ			270 53 52	90°-Z= α=	1 0 52 50	
				360 2 3			
	ℓ	茄子作	甲	270 57 33	γ−l=2Z=	178 6 50	
					Z=	89 3 25	
				89 4 23	α=	1 0 56 35	
	r						
				360 1 56			
	r	生駒山	甲	89 51 18	γ−l=2Z=	179 40 34	
					Z=	89 50 17	
	ℓ			270 10 44	α=	1 0 9 43	
10 2				360 2 2			
					γ−l=2Z=		

定数差＝63−56＝7´＜10´（1級基準点）

準則38条（高度定数の較差）
1級基準点　10´
2級基準点（1級TS）15´
　　　　　（2級TS）30´
3級基準点　30´
4級基準点　60´

平成27年

多角測量20

標高
楕円体高
ジオイド高
地面
ジオイド
楕円体
海水面

多角測量21

○座標の計算

L　EÃ　®

L　EÃ　®

Xo, Yo:既知点0の座標

Ti:X軸に平行な方向から測線までの右周り水平角

Si:測定辺長（平面距離）

内角測定の場合 Ã>g L :• F t;s z ፻ E ™

外角測定の場合 Ã>g L :• E t;s z ፻ E ™

（平成19年）点Aの座標値は、X=-500.00m、Y=+1,000.00mとする場合、点PのX座標値及びY座標値の値はいくらか。

方向角TAP＝310°

距離SAP＝1,000m

šT L šE E • ®.. ‘ •

L F w r ä r • E s r r r •

H … ‘u• s ፻r " r 6

L F w r ä r E s r r r H r ä v t y z ž s v ä y z z •

›n L ›E E • ® ‹ •

L s r r ä r • E s r r r •

H • ‹ u s ፻r " r 6

L s r r ä r F s r r r H r ä x x r v ž t u u ä w x •

多角測量22

結合多角：混在する多角網の他，X,Y,A型がある。

単路線：両端に既知点を有し，一路線で新点を結ぶ方式。

閉合多角：2個以上の単位多角（閉合多角形）により形成される多角方式。

多角測量23

○測距と測角の精度の釣り合い

:† ;g L　g® bX / i6

dS：測線の誤差

S・dT：測線に直角方向の誤差

dT：方向角の誤差

:† ;g L　g® b' / i6

dβ：交角の誤差

多角測量24

○倍角差，較差，観測差

r：正

ℓ：反

倍角：r+ℓ

較差：r−ℓ

倍角差：倍角の最大と最小の差

観測差：較差の最大と最小の差

多角測量25

○倍角，倍角差，較差，観測差に含まれる誤差

①目標の視準誤差

②目盛盤の読取誤差

③目盛盤の目盛誤差

④視準軸誤差・水平軸誤差

⑤鉛直軸誤差

⑥偏心誤差

区分	1	2	3	4	5	6
倍角	○	○	○		○	
倍角差	○	○	○			
較差	○	○		○		
観測差	○	○				

多角測量26

○新点精度：　L • ¥

Q：図形の良否

（Qは小さいほど図形の精度は良い）

m：単位重み精度（秒）

多角測量27

閉合誤差：　L § ‡ℓ^6 E ‡b^6

閉合比：　R ＝ I / ÃP

= §ç ＞çz / ÃP

多角測量28

トラバースの調整
○コンパス法則
⌖ 角度，距離の精度が等しいとき

AvgL E:™v; H W/>W

AwgL E:™w; H W/>W

S_i：各測線長
[S]：全長
○トランシット法則
⌖ 角度の精度が，距離より高いとき
⌖ 各々の緯距，経距に比例配分

多角測量31

○距離測定三点法（光波測距儀04より）
$D_3+K=D_1+D_2+2K$
K：器械定数＋反射鏡定数
（例）平坦な土地で器械高，反射鏡高を同じにして，光波測距儀でABCの各区間の距離を測定した。器械定数はいくらか。プリズム定数＝-0.03ｍとする。
AB=D_1=700.25ｍ，BC=D_2=300.15ｍ，AC=D_3=1000.35ｍ
L 7F: 5E 6;
L srrräuwF:yrräwEurräswL Fräw•
だから器械定数＝-0.05-（-0.03）＝-0.02m

多角測量32

○変調周波数の影響（光波測距儀07より）
ò L Fò ?

f：測定時の周波数
f_0：器械の基準周波数

(例)変調周波数の基準値が30,000.000kHzの光波測距儀により2点間の距離を測定し，3,000.000ｍを得たが，変調周波数を調べたら30,000.300kHzであった。正しい距離はいくらか。
ò L Fò ?

L FÜäÜ ÙÜ ÜäÜ Ù?Ü äÜ ÜäÜ / Ü äÜ Ù Ù L EÜ

正しい距離＝3,000.03ｍ

多角測量33

○測距と測角の精度の釣り合い
角の測定精度＝セオドライトの測定誤差+致心誤差

①1方向の角の測定精度はいくらになるか。
②測距の測定精度（＝測距の標準偏差/測定距離）はいくらになるか。
(1)致心誤差に基づく1方向の標準偏差：200ｍに対し1cm Dmc=1/20,000(ラディアン)
→秒に換算
(2)セオドライト自体の1方向測定の標準偏差： µD mt=10 µ

6 L • 6a E • 6r L :täxtxwHsr9 / tHsr8 ;6 Esr6 L trr
L sv6
測距の精度をms
:ko/H;O6 sv6

õko/H L 586/¡6 L 58/64444 L 5/586<9

多角測量34

光波測距儀08より
光波測距儀を用いて，2点A、B間の斜距離を求める場合，誤差源とならないものはどれか。
(1)気温，(2)気圧，(3)測距儀の変調周波数，(4)測距儀の器械定数，(5)A点におけるB点の高度角　　解答(5)

多角測量35

気象要素の測定誤差が，光波測距儀の測定距離に及ぼす影響は，概略で次式により表される。
¿ L :Esä¿–Fräu¿ Eräv¿‡; Hsr?:
気温測定の精度が1℃のとき，これと釣り合う気圧測定の精度はいくらか。
:Esä Hsm ; Hsr?: L räu¿ Hsr?:
¿ L 5ä/4ä L uäu Š f

多角測量36

○方向角の閉合差

平成27年
測量　ラーニング集

［NO.06］　測量機器②レベル（水準儀）

（レベル）

レベル01

○気泡管の感度

気泡管軸：直読式の場合には，気泡管の目盛の中央の接線，合致式の場合には気泡が合致して見える状態の気泡の中央の接線である。

（感度）

1）気泡管の曲率半径を用いる場合

2mm＝５ðÉ

2）気泡管上の目盛（2mm）に対する中心角 É で表す場合

µ mm

（気泡管の感度の測定）

①レベルと標尺の距離（S）を20-30ｍに置き，レベルをほぼ水平（気泡管の目盛の読みdl）にする。

②その時の標尺の読みをaとする。

③水準儀の俯仰ねじを回転し気泡管の目盛をｎ目盛だけ動かす（気泡の読みdr）。

④その時の標尺の読みはｂとする。

⑤気泡管の感度（傾角）

À6L F／É6

気泡管の目盛ｄ（㎜）＝2ｍｍ×ｎ
気泡管目盛1㎜に対する傾角：θ／ｄ
感度＝2θ”/ｄ（㎜）

レベル02

○機能点検

- 水準器感度：40"/2mm以上を使用
- 気泡管レベル：円形水準器，主水準器軸と視準線の平行を点検する
- 自動レベル，電子レベル，円形水準器，視準線の点検，コンペンセータの点検
- 標尺付属水準器の点検
- 鉛直軸回転はマイクロメータのフラツキがなく円滑であること
- 気泡管調整機構が正常で，気泡移動が滑かなこと
- 望遠鏡の視度調整機構が円滑であること
- 十字線調整ネジに摩耗がないこと
- 整準ネジの回転が円滑であること

レベル03

○測定点検

- 30m隔てて，２本の標尺を正しく立て，中央にレベルを整置し，両標尺間の高低差を測定する
- レベル位置を両標尺で結ぶ直線上に18m移動して，再び両標尺間の高低差を測定し，測定値の差が許容範囲内かを点検する
- 脚向を180度かえて２回測定する

（両側目盛標尺は片側２回）

レベル04

水準測量作業用電卓（データコレクタ）

○利点：

- 従来の手簿にかえて使用できる
- 電子レベルと組合せることで，観測値が作業用電卓に自動入力でき，誤読や誤入力がなくなる

○性能：

- 一定容量のデータ保存が可能である
- 入力観測値の加工ができない
- 観測値のチェック計算機能がある
- 耐久性に優れる

（電子レベル）

電子レベル01

- 自動レベルとデジタルカメラ（画像処理機能）を組合せたもの
- CCDセンサーからデジタル情報に変換する
- コンペンセンタにより水平方向の視準線を確保する

平成27年
測量　ラーニング集

[NO.07]　水準測量

水準測量01

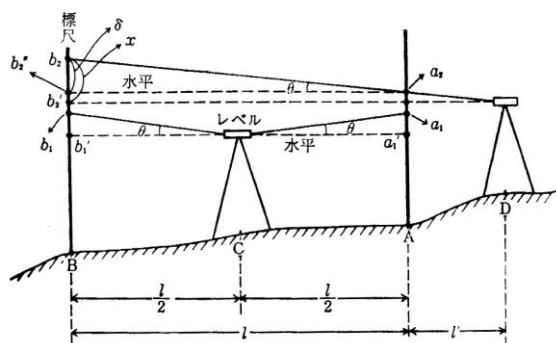
○くい打調整

誤差： AL :„6 F f6; F :„5 F f5;

補正： š L ℓ >ℓ ñ / ℓ ®A

δ=0：水平

δ<0：上向

δ>0：下向

①標尺間距離 A(30m）の中間にレベルを据える。

②その際の後視b_1,前視a_1を読み取る

③レベルを前視の標尺から A（＝3m）離れたD点に移動させる。

④そのときの読みb_2，a_2を読み取る。

⑤直読式の場合，D点においてb_2・ Exの値を読むように整準ねじで調整し，気泡管調整ねじで気泡を中央に導く。

（合致式の場合）プリズム調整ねじで，気泡の像を一致させる。

水準測量02

（自動レベルの場合）

1. 整準ねじで器械を水平にする。
2. 自動レベルを鉛直軸周りに180回転させる。
3. このとき，円形気泡管の気泡がずれているときには，その半分を気泡管調整ねじで調整する。

水準測量03

○誤差消去法

①視準軸誤差：等距離で観測する

②鉛直軸誤差：

・レベルを両標尺の直線上に整置するレベル脚は特定の２脚が視準線に平行，かつ進行方向　に対し左右交互に整置する

③三脚沈下誤差：

・地盤堅固な場所に整置し，後視，前視，前視，後視と観測する

④零点誤差：

・偶数回観測する

・出発点に立てた標尺を到着点に立てる

⑤標尺台の沈下：

・地盤堅固な場所に整置する

⑥球差，気差：等距離で観測する

⑦炎動カゲロウ：距離を短くして観測

⑧目盛誤差：

・標尺の上下部両端（20cm）の観測は避ける

水準測量04

○電子レベル，自動レベル

- コンペンセータと画像処理機能
- 鉛直の傾き10’以内までは自動
- 視準線の調整が必要
- 気泡管の調整が必要
- バーコード目盛標尺とセットで使用
- バーコード目盛標尺の距離

水準測量05

○標尺補正：

- 標尺目盛誤差は目盛線位置刻印誤差と温度

変化による伸縮に起因し変化する

これらの誤差を少なくする温度補正

- １級，２級水準測量で行う
- ２級水準測量の標尺補正は、水準点の高低

差70m以上に20℃の標尺補正量を用いる

○標尺補正量

¿ L <‘ E： F m; ®==®¿Š

C_o:基準温度T Eにおける標尺定数

T:観測時の温度

T_o:基準温度

.：膨張係数

¨h：高低差

(例)

- 基準温度の尺定数：C_o=-14 Í P P
- 線膨張係数：＝L Esá H s r?:
- 観測比高：¦h=81.55m
- 観測時の温度T=15℃、基準温度To＝20℃、

$T-T_o$=15-20=-5℃とすると，

標尺補正 ¿ ＝(-14 Í P-5 Í P×1.2)×81.55
=-1.6mm

水準測量06

〇楕円補正：
　水準測量は，水準面を基にして測量する。水準面はその点における重力方向に直交する面を連ねたものであるので，重量で決まる面である。重力は，引力と自転のための遠心力との合力である。遠心力は赤道で最大で，極では最小になる。

- 水準面に対する比高をジオイド面からの標高におきかえる補正
- １級，２級水準測量で行う

† Š• • ; L F wä { • ‹ • T b¦ ò / ¡ ò : • ;

×：2点間の中数緯度
d ×：2点間の緯度差（分）
Ò ·（1ラジアン）
H(m)：2点間の平均標高（m）

- 低緯度 D高緯度：－補正
- 高緯度 D低緯度：＋補正
- **正標高**：重力補正した標高

　正規正標高：標準的な重力を使用する標高

水準測量07

〇変動補正
　地盤沈下は観測作業中も進行するため，基準日に全路線の全観測は不可能である
　そのための基準日に引きなおす補正

水準測量08

〇地盤沈下調査

- 単期間で行う
- 前年度と同一時期に行う
- 前年度と同一地域で行う
- １級水準測量の精度を確保する
- 再測は時期を遅らせず速やかに行う

調査事項：変動が大きい水準点は，

- 前回と今回の観測間に他機関での移転，改埋がないかを確認する
- 人為的，自動車，その他工事等の移動がないかを確認する
- 傾斜を確認する
- 検測を実施し観測値を確認する

補正計算：

- 異なる観測高低差を統一基準日の観測高低差に引きなおす補正
- 変動速度を一定と仮定し観測値を基準日の値に引きなおす補正

水準測量09

〇水準測量：
　既知点の水準点に基づき，高低差を測定し，新点水準点の標高を定る作業

水準測量10

1)直接水準測量

- ２点間の高低差をレベルと標尺を用い直接観測する
- レベルを２本の標尺の中央に水平に整置し，両標尺の目盛を直接読み取り高低差を求める

2）渡河水準測量

- 直接水準測量で結べない水準路線を連結する目的で，２点間の高低差をレベル，標尺，目標板を用い直接観測する

3）間接水準測量

- ２点間の高低差をTS等を用い，角度，距離を観測し，間接的に求める

水準測量11

〇順序
　①作業計画
　②選点
　③測量標の設置
　④観測
　⑤計算（現地計算、平均計算）
　⑥成果等の整理

水準測量12

④観測

- 水準路線は**往復観測**（簡易水準測量を除く）
- 往の標尺と復の**標尺は交換**する
- 水準点間でレベルは**偶数回**すえる
- 前視・後視の**視準距離を等しく**，レベルは両標尺の**直線上**に整置

- 三脚の特定の２脚と視準線を常に平行にし，かつ進行方向に左右交互に整置
- 新点は埋標後**24時間経過**した後観測
- １級水準測量では、開始・終了・固定点到着時に**気温を1℃単位**で測定

水準測量13

⑤点検計算

全単位水準環について，全水準路線の環閉合差，既知点から既知点の閉合差を計算し，観測値の良否を判定する

水準測量14

重量平均による標高計算

A
B
E
C
D
図 9

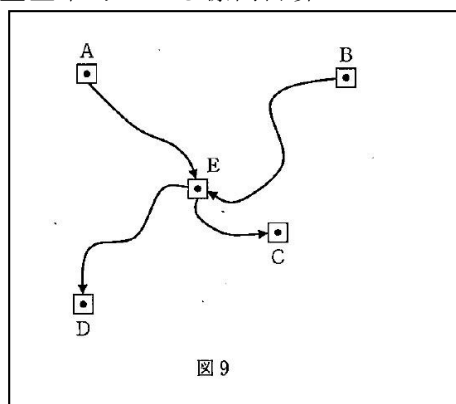
表9-1

観測結果		
路線	観測誤差	観測高低差
A→E	2km	2.139m
B→E	3km	−0.688m
E→C	1km	+3.069m
E→D	2km	−1.711m

表9-2

既知点成果	
既知点	標高
A	5.153m
B	3.672m
C	6.074m
D	1.290m

観測標高

Š E\ I L wäsw uF täsu{L uäsv•
Š F\ I L uäxytF räxzzL tä{zv•
Š I\ G L xäyvF uäx{L uärw•
Š I\ H L sä{r E säyssL uärs•

重量

’5ã’6ã’7ã’8 L SWt ãSWu ãsãSWt L uãtãxãu

L >?L uEtExEuL sv

Š I L (’5f=\ A E’6Š F\ I E’7Š I\ G E’8Š I\ H) / (’5E’6E’7E’8)

L uärr

E (räsvHuFräsxHtErärwHxErärsHu) / sv

L uärrE (rävu / sv) L uärrEräruL uäru•

水準測量15

（再　測）

第65条　１級水準測量、２級水準測量、３級水準測量及び４級水準測量の観測において、水準点及び固定点によって区分された区間の往復観測値の較差が、許容範囲を超えた場合は、再測するものとする。

一　往復観測値の較差の許容範囲は、次表を標準とする。

1級　2.5mm√S
2級　5mm√S
3級　10mm√S
4級　20mm√S

(例：平成23年)1級水準測量
A→(1)較差1.0ｍｍ：距離500m
(1)→(2)較差0.3ｍｍ：距離500m
(2)→(3)較差-1.9ｍｍ：距離500m
(3)→B較差-1.1ｍｍ：距離500m

較差 täw••¾räwL säyx••

∴(2)→(3)の路線の較差| -1.9mm| ＞1.7mm を再測する。

平成27年
測量　ラーニング集

[NO.08]　用地測量

用地測量01

○用地測量：
- 土地，境界等を調査し用地取得等に必要な資料，図面を作成する作業
- ４級基準点測量，４級水準測量以上の精度をもつ基準点に基づき行う

用地測量02

作業工程
①作業計画
②資料調査
③境界確認
④境界測量
⑤境界点間測量
⑥面積計算
⑦用地実測図原図等作成

用地測量03

①作業計画
- 用地測量実施区域の地形，土地利用，植生状況等を把握し，用地測量の細分ごとに作業計画を作成する
- 作業計画書
（作業方法，使用主要機器，日程要員）
- 既存成果の借用
- 測量調査範囲の確認
- 権利者資料の借用

用地測量04

②資料調査
- 土地取得等に係る土地の用地測量に必要な資料を整理，作成する作業
- 作業計画に基づき法務局に備る地図，地図に準ずる図面（公図），公共団体に備る地図等（公図等）の転写等を，土地登記簿調査、建物登記簿調査、権利者確認調査に区分し行う

用地測量05

③境界確認：
- 現地一筆ごとに土地境界（境界点）を確認する作業
- 境界確認の立会通知
- 境界立会（官民、民民）
- 境界確定：土地境界立会確認書

方法：
- 現地で転写図，土地調査表に基づき，関係権利者立会の上，境界点を確認，所定の標杭を設置

用地測量06

④境界測量
- 現地で境界点を測定し，座標値等を求める作　業
- 補助基準点の設置
- 境界点測量
- 座標，距離，方向角計算
- 用地境界仮杭の設置
- 用地境界杭の設置
- 観測手簿，計算書

方法：
- ４級以上の基準点から放射法による
- やむを得ない時は補助基準点を設置する
- 測量結果に基づき，計算から境界点の座標値、境界点間距離，方向角を求める

用地測量07

○数値法
・ＴＳ，トランシット，光波を用い，４級基準点から放射法により境界座標を求める
○図上法
・基準点に平板を設置し，放射法により，境界点位置を直接図示する

用地測量08

○補助基準点
- 放射法の基点となる基準点を家屋の密集等で設置できない場合に設置する
- 基準点からの辺長100m以内，節点１点以内の開放多角測量により設置する
- 所定標杭を設置する

用地測量09

○用地境界仮杭設置

- 用地幅杭位置以外の境界線上で用地境界杭の設置が必要な場合に，現地に用地境界仮杭を設置する作業
- 用地幅杭または用地境界仮杭と同一点に，所定の用地境界杭（コンクリート杭）を設置換する作業
  - ➢ 方法：
- 交点計算による用地境界仮杭の座標値に基づき，４級基準点より放射法で行う
- 用地幅杭線と境界線の交点を視通法により決定する

用地測量10

○用地境界仮杭と用地幅杭
- 用地境界仮杭：
  境界確認において確認した画地境界と用地幅杭線の交点
- 用地幅杭：
  中心杭，役杭等からの中心線直角方向の用地幅杭点

用地測量11

⑤境界点間測量
- 境界測量等の隣接境界点間距離を測定し，精度を確認する作業
- 距離計算値と測定値を比較する
- 境界測量，用地境界仮杭設置，用地境界杭設置の終了時に行う
- 隣接する境界点間，境界点と用地境界点との距離を全辺現地測定し，用地幅杭設置測量で計算された距離と比較し行う

用地測量12

⑥面積計算
- 境界測量の成果に基づき，各筆等の取得用地の面積，残地の面積を算出する作業
- 座標法，数値三斜法により行う
- 面積計算：
  - ✧ 用地取得する又は使用する区域取得等の区域に対して行う
- 残地計算：
  一筆の土地が用地幅杭線により３分割以上の場合，または一筆の土地の残地が一画地として利用困難な場合に行う

用地測量13

⑦用地実測図原図等作成
- ✧ 前節までの結果に基づき，用地実測図原図、用地平面図を作成する作業
- ✧ 用地実測図原図：
  境界点等を図紙に展開する
- ✧ 用地平面図：
  用地実測図原図の境界点等の必要事項を透写し，現地建物等の必要項目を測定し描画する

用地測量14

座標より面積を求める。

境界点	X座標値(m)	Y座標値(m)	F g>5 g?5	F g: g>5 g?5;
A	20	20	51	1020
B	−38	10	−45	1710
C	−30	−25	−51	1530
D	7	−41	45	315
Σ				4575
Σ/2				2287.5

下のように計算するとより簡単である。

境界点	X座標値(m)	Y座標値(m)	F g>5 g?5	F g: g>5 g?5;
A	0	0	51	0
B	−58	−10	−45	2610
C	−50	−45	−51	2550
D	−13	−61	45	−585
Σ				4575
Σ/2				2287.5

面積＝2,287.5m²

測量　ラーニング集

［NO.09］　面積計算

三角形の面積公式01

1）底辺a, 高さh

$$S=\frac{1}{2}ah$$

（例題）底辺＝10m、高さ＝5mの三角形の面積は　$S=\frac{1}{2}\times10\times5=25\,m^2$

2）　二辺（a, b）と夾角（γ）

$$S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

（例題）二辺が10m、8mであり、その夾角が60°のとき、この三角形の面積は

$$S=\frac{1}{2}\times10\times8\times\sin60^\circ=34.641\,m^2$$

3）　三辺（ヘロンの公式）

$$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ここで、2s=a+b+c

（例題）三辺がそれぞれ3m、4m、5mの三角形の面積は、

$$s=\frac{1}{2}(3+4+5)=6$$

$$S=\sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}=6\,m^2$$

4）二角（β, γ）と夾辺（a）

$$\alpha=180^\circ-(\beta+\gamma)$$

$$S=\frac{1}{2}bc\sin\alpha$$

より

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$

$$b=\frac{a\sin\beta}{\sin\alpha}$$

$$c=\frac{a\sin\gamma}{\sin\alpha}$$

$$S=\frac{1}{2}\frac{a^2\sin\beta\sin\gamma}{\sin^2\alpha}\sin\alpha$$

$$=\frac{a^2\sin\beta\sin\gamma}{2\sin(\beta+\gamma)}$$

（例題）一辺の長さが15m、両点の角がそれぞれ35°、68°の三角形の面積は、

$$=\frac{a^2\sin\beta\sin\gamma}{2\sin(\beta+\gamma)}$$

$$=\frac{15^2\sin35^\circ\sin68^\circ}{2\sin103^\circ}=39.97\,m^2$$

5）二等辺三角形の底辺と頂角

$$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{a/2}{\ell}=\frac{a}{2\ell}$$

$$\ell=\frac{a}{2\sin\frac{\theta}{2}}$$

$$S=\frac{\ell^2}{2}\sin\theta=\frac{\left(\frac{a}{2\sin\frac{\theta}{2}}\right)^2}{2}\sin\theta$$

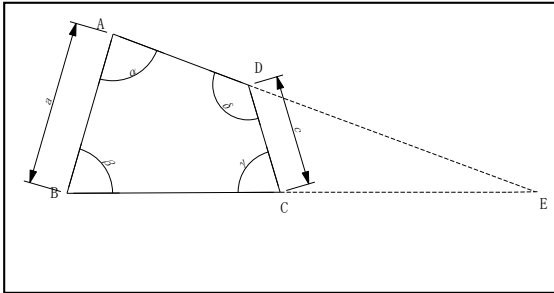
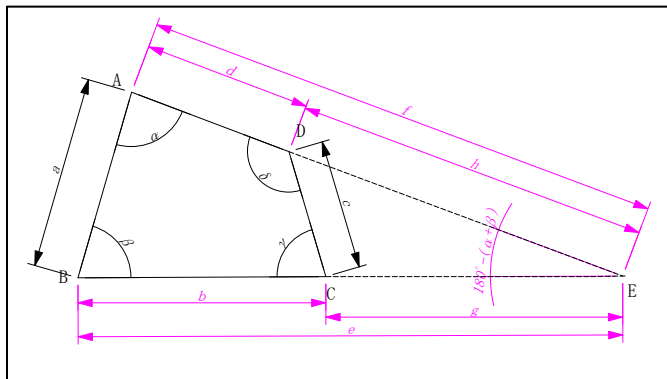
$$=\left(\frac{a}{2}\right)^2\frac{\sin\theta}{2\sin^2\frac{\theta}{2}}=\left(\frac{a}{2}\right)^2\frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

$$=\left(\frac{a}{2}\right)^2\cot\frac{\theta}{2}$$

（例題）二等辺三角形の隅切りの面積を求めよ。ただし、底辺5m、頂角105°とする。

L I w6/t p … ‚s r w¹/t L väÿ{w6

四辺形の面積02

（与件）辺a, c、角 α 、 β 、 γ 、 δ

（求件）辺BC, AD、面積S＝□ABCD

△ABEより

‡/•‹⊏ L ˆ/•‹⊳ L f/•‹•̣=E>;

△CDEより

Š/•‹@ L …/•‹•̣=E>; L ‰/•‹A

L ‡F %L „

L f•‹⊏F ..•‹A / •‹•̣=E>;

L ˆF ŠL †

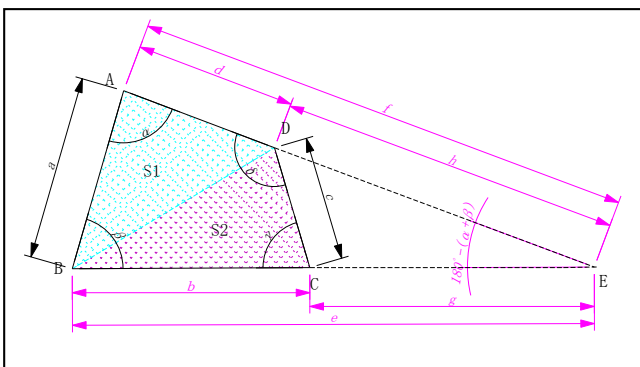
L f•‹⊳F ..•‹@ / •‹•̣=E>;

L 5 E 6

L s/t f †•‹⊏E s/t „ ..•‹@

L f•‹⊏/t d f•‹⊳F ..•‹@ / •‹•̣=E>; hE ..•‹@/t d f•‹⊳F ..•‹A / •‹•̣=E>; h

L f6•‹⊏•‹⊳F ..6•‹@•‹A / t•‹•̣=E>;

（例題）

辺a＝10m, c＝8m、角 α ＝88° 、 β ＝75° 、 γ ＝68° 、 δ ＝129° のとき、この四変形の面積はいくらか。

L f6•‹⊏•‹⊳F ..6•‹@•‹A / t•‹•̣=E>;

L s r6•‹•z z¹•y wF¹z6•‹•x z¹•s t{¹ / t•‹s x u¹

L w äv s z s / r äv z v y v L z xä t t•6

四辺形の面積03

一般的に直線Ax+By+C=0とP(x_1, y_1)との距離dは

† L Ev. >Fw. >G / G¾E· >F· « (1)

で求められるので、
式①とP(x, y)より、直線ｋPは次のように表せる。

wL šF› / G¥s⁶ E:Fs;⁶

x−y±5√2=0 «②
直線kPの切片は+なので
x−y+5√2=0
x−y+7.0711=0 «②
とする。

P_2P_3//Pnより

• T6T7 L ›7 F ›6 / š7 F š6 L styá{tzFssäxry / srräxryFssäxry L syäuts / Fsr
L Fsäyuts

$y-y_2$= • T6T7 ($x-x_2$)
y−110.607= Fsäyuts (x−110.607)
y=−1.7321x+302.1894
1.7321x+y−302.1894=0
この直線式とP(x, y)との距離より

vL säyutsE›Furtäsz{v / G¾säyuts⁶Es⁶

Pnの式のルートの符号も−とすると
1.732x+y−294.1896=0 «③
②+③よりxを解くと
x−y+7.0711=0 «②
+) 1.732x+y−294.1896=0 «③
2.7321x=287.1185
∴x=105.091
②に代入すると
105.091−y+7.0711=0
∴y=112.162
P(105.091, 112.162)

(別解)
P点の座標は次式でも求められる。

šL š6 E s / - ℓ5X5 š6 F š5 / ℓ6X6 š7 F š6 -

šL š6 E s / ℓ5X5:š7 F š6; Fℓ6X6:š6 F š5;?

L ssräxryE s / tz{äy{uz ≥swHw.srräxryFssäxry,
Ftr Hv:ssäxryFsrr;?
L ssäxryF sw{äv x / tz{äy{uz L srwä{s

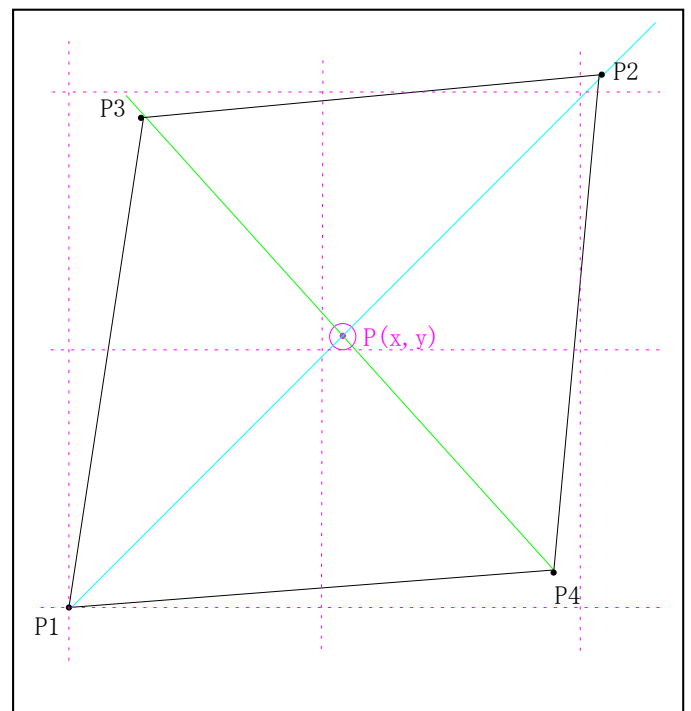
› L ›6 E s / - ℓ5X5 ›6 F ›5 / ℓ6X6 ›7 F ›6 -

› L ›6 E s / ℓ5X5:›7 F ›6; Fℓ6X6:›6 F ›5;?

L ssäxryE s / tz{äy{uz ≥swHw.styá{tzFssäxry,
Ftr Hv:ssäxryFsrr;?
L ssäxryE vwäv sw / tz{äy{uz L ssä xt

ただし、倍面積S＝2△$P_1P_2P_3$ L Z š6 F š5 ›6 F ›5 / š7 F š6 ›7 F ›6 Z
、ℓ_1＝P_1P_2、ℓ_2＝P_2P_3であり、ω_1、ω_2は道路幅員である。面積は以下のようにしても求められる。

点名	X	Y	$Y_{i+1}-Y_{i-1}$	$X_i(Y_{i+1}-Y_{i-1})$
P1	100	100	−17.321	−1732.1
P2	110.607	110.607	27.928	3089.032
P3	100.607	127.928	−10.607	−1067.14
倍面積＝S				289.7938
面積				144.8969

二直線の交点07

P3
P2
P(x, y)
P1
P4

(与件)
5:š5á5; L :srräsrräsrräsrr;
6:š6á6; L :trräv räsrräv rx,
7:š7á7; L :s{zäs ssäsrtäs tu,
8:š8á8; L :sruäv xäs{yäx ut,
(求件)
P(x, y)の位置

（解答）
直線P_1P_2と直線P_3P_4との交点を求めP（x, y）とする。

P_1P_2

$$a_{P_1P_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{200.506 - 100}{200.502 - 100} = \frac{100.506}{100.502} = 1.00004$$

$y-y_1=a_{P_1P_2}(x-x_1)$
y−100=1.00004(x−100)
y=1.00004x−0.00398 …①

P_3P_4

$$a_{P_3P_4} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{197.632 - 102.123}{103.568 - 198.111} = \frac{95.509}{-94.543} = -1.01022$$

$y-y_3=a_{P_3P_4}(x-x_3)$
y−102.123=−1.01022(x−198.111)
y=−1.01022x+302.2582 …②
①−②より
y=1.00004x−0.00398 …①
−) y=−1.01022x+302.2582 …②
0=2.01026x−302.26218
∴x=150.360
①に代入すると
y=1.00004(150.360)−0.00398
∴y=150.362
∴P(150.360, 150.362)

（別解）

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix}$$

ここで、$k = \frac{\triangle P_1P_3P_4}{\square P_1P_3P_2P_4}$

点名	X	Y	$Y_{i+1}-Y_{i-1}$	$X_i(Y_{i+1}-Y_{i-1})$
P1	100	100	−95.509	−9550.9
P3	198.111	102.123	97.632	19341.97315
P4	103.568	197.632	−2.123	−219.874864
倍面積				9571.198288
面積				4785.599144

点名	X	Y	$Y_{i+1}-Y_{i-1}$	$X_i(Y_{i+1}-Y_{i-1})$
P1	100	100	−95.509	−9550.9
P3	198.111	102.123	100.506	19911.34417
P2	200.502	200.506	95.509	19149.74552
P4	103.568	197.632	−100.506	−10409.2054
倍面積				19100.98428
面積				9550.492138

k=4785.599144/9550.492138=0.50108

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \end{pmatrix} + 0.50108\begin{pmatrix} 200.502 - 100 \\ 200.506 - 100 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 50.360 \\ 50.362 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150.360 \\ 150.362 \end{pmatrix}$$

面積の分割08

A
h
h'
m
D
E
L'
n
B
C
L

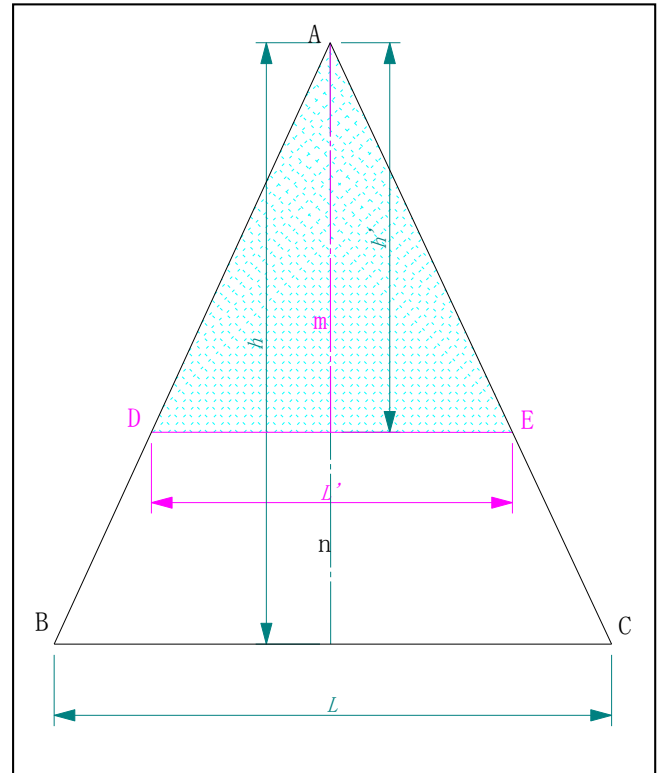
△ABCをｍ ： ｎに分割する。

$$S' = \frac{1}{2}L'h'$$

$$S = \frac{1}{2}Lh$$

$$k = \frac{m}{m+n} = \frac{h'}{h} \cdot \frac{L'}{L} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2 = \left(\frac{L'}{L}\right)^2 = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2$$

$$h' = h\sqrt{\frac{m}{m+n}}$$

$$L' = L\sqrt{\frac{m}{m+n}}$$

（例）△ABCの面積S=60m²、これをm:n＝3：2に分けるとすると、辺ADはいくらになるか。ただし、h=15ｍとする。
（解答）

$$\frac{m}{m+n} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2$$

$$h' = h\sqrt{\frac{m}{m+n}} = 15 \times \sqrt{\frac{3}{3+2}} = 11.619m$$

（行列式法）

š5 ›5 s wr wr s
t L -š6 ›6 s- L -txä zv zuä wv s-
š7 ›7 s xyä xt stu rz s

L Ftuu v{zyx

S=1167.97m²

(座標法)

点番号	X	Y	Yi+1−Yi-1	Xi(Yi+1−Yi-1)
1	50	50	−40.054	−2002.7
2	26.484	83.854	73.908	1957.379
3	67.662	123.908	−33.854	−2290.63
倍面積				−2335.95
面積				−1167.97

三角形の面積13

X
B(x2, y2)
h
A(x1, y1)
Y
O(0, 0)

t L š5›6 F š6›5

ABの直線式

• EF L ›6 F ›5 / š6 F š5

› F ›5 L • EF:š F š5;
:› F ›5;:š6 F š5; L :›6 F ›5;:š F š5;
F:›6 F ›5;š E :š6 F š5;›
F›5:š6 F š5; E š5:›6 F ›5; L r

L ¥:š6 F š5;6 E :›6 F ›5;6

点O(0, 0)と直線ABとの距離h

Š L F›5:š6 F š5; E š5:›6 F ›5; / G¥:š6 F š5;6 E :›6 F ›5;6

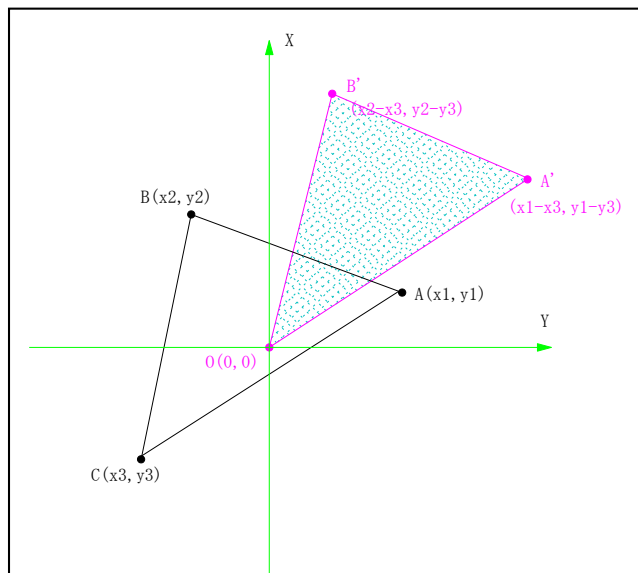
t L š5:›6 F ›5; F ›5:š6 F š5;
L š5›6 F ›5š6

L s/t Z š5 ›5 / š6 F š5 ›6 F ›5 Z

L s/t Z š5 ›5 / š6 ›6 Z

（注意）上の式は1点が必ず原点にあること。つまり、任意の3点が与えられたときに、全点から1つの点の座標を差し引けばよい。

三角形の面積14

X
B'
(x2−x3, y2−y3)
A'
(x1−x3, y1−y3)
B(x2, y2)
A(x1, y1)
Y
O(0, 0)
C(x3, y3)

3点、A(x1, y1)、B(x2, y2)、C(x3, y3)のままで、この三角形の面積は、上の図の示すようにC点(x3, y3)を原点O(0, 0)に平行移動すれば求められる。移動後の座標より

t L :š5 F š7;:›6 F ›7; F :š6 F š7;:›5 F ›7;« (1)

又は

t L š5:›6 F ›7; E š6:›7 F ›5; E š7:›5 F ›6;« (2)

又は

š5 ›5 s
L 5/6 -š6 ›6 s-« (3)
š7 ›7 s

(例題)次の3点の面積を式(2)で求めよ。
A(50.000, 50.000), B(26.484, 83.854), C(67.662, 123.908)

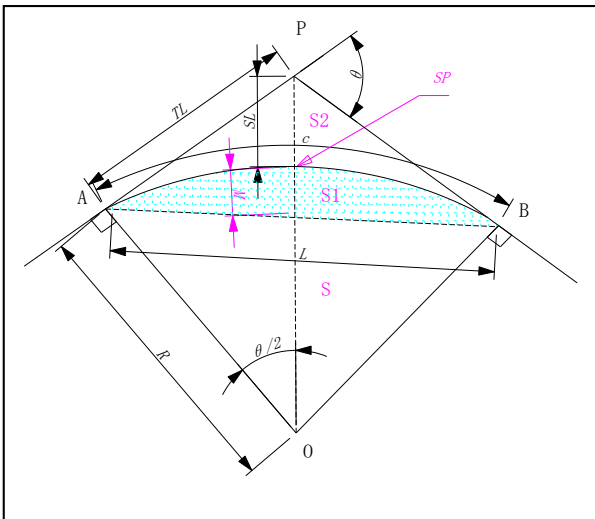
（行列式による三角形の面積）

点名	X	Y	Yi+1−Yi+2	Xi(Yi+1−Yi+2)
A	50	50	−40.054	−2002.7
B	26.484	83.854	73.908	1957.379
C	67.662	123.908	−33.854	−2290.63
倍面積				−2335.95
面積				−1167.97

12.391)、D(15.260,8.503)

点番号	X	Y	$X_{i+2}-X_i$	$Y_{i+2}-Y_i$
A	5	5	1.766	7.391
B	2.648	8.385	−12.612	0.118
C	6.766	12.391		
D	15.26	8.503		
倍面積				−93.0069
面積m^2				−46.50

地積＝46.50ｍ²

扇形等の面積17

弧長c＝Rθ （ラジアン）

SL（セカント）＝P−SP（曲線中点）

＝PO−R L V/a m q F L :5/a m q F s;

弦長L=ｔ • ‹ ˜/6

L − f E/t

中央縦距 L F … ˜/6 L :s F … ˜/6;

扇形面積S

N 6/t N L E

より

L 6E/t L …/t

弓形面積S_1

S_1=扇形面積−△ABO＝S−△ABO

L 6E/t F 6/t • ‹ E

L 6/t :E F • ‹ E;

隅切り面積S_2

S_2=□APBO−扇形面積（S）

L H F

L 6 − f E/t F 6E/t

L 6 :− f E/t F E/t;

（例題）

曲線半径R=10m、交角θ＝95° のとき、弧長、SL,弦長、中央縦距、扇形面積、弓形面積及び隅切り面積を求めよ。

弧長c＝Rθ

＝10m×(95° ／ρ°)＝15.708m

L L s/… E/t F sM L sr L u r/… {w/t F sM

L sr : s/r ä y w w { F s; L vä r t•

弦長L=ｔ • ‹ ˜/6 L ｔ H sr • ‹ =9/6

L t r H r ä y u y t ‑L s v ä y v x

中央縦距 L :s F … ˜/6;

L sr I s F … {w/t p

L sr H r ä u t v v ‑L u ä v v•

扇形面積S

L 6E/t L sr6/t H {w/O L z t ä r I 6

弓形面積S_1 L V/6 :E F • ‹ E;

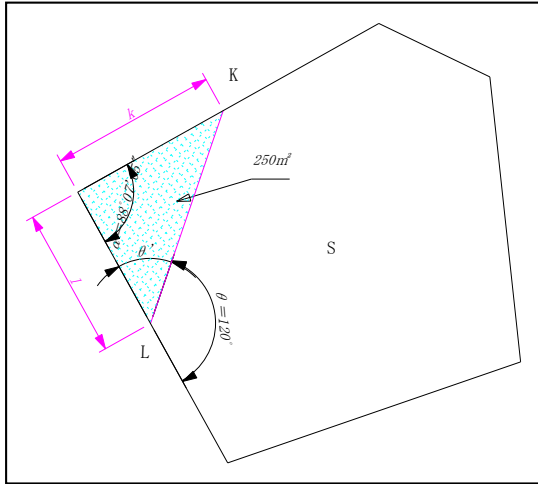
L sr6/t I {w/O F • ‹ • {w p L u u ä { • 6

隅切り面積S_2 L 6:− f ˜/6 F ˜/6;

L sr6 I − f v w/t F s/t H v w/O p L t ä s w 6

ただし、ρ° ＝180° ／π 、πは円周率である。

分割18

K
k
250㎡
α=88°07′
θ′
S
θ=120°
L
ℓ

面積Sの土地のうちS_1=250m²をKL線で分割する。
α＝88° 07 ¶5 ´、 θ ＝120° とするとき、線分k、ℓはいくらか。

三角形の面積S_1=5/6 •ℓ • ‹ • ⊏ L t w r • 6

より、

•ℓ L (w r r)/(• ‹ • z z ¹'r y w 6) L w r r ä x { z u

又は

• L (9 4 4 6 : = < 7)/ℓ «①

正弦定理より

•/(• ‹ • x r ¹) L ℓ/(• ‹ • s z r F : x r ¹E z z ¹ r'y r w, 6)

1.1547k=1.89333ℓ «②

これに①を代入して

s ä w v H (w r ä x { z u)/ℓ L s ä z { u u ℓ u

ℓ 6 L (w y ä x x s w z)/(s ä z { u u u) L u r w ä s r u z

∴ℓ＝17.467m （ℓ＞0）

①に代入すると

∴ • L (9 4 4 6 : = < 7)/(5 ; ä 8 : ;) ＝ t z ä x v s m

公式に代入すると

• L ¨ √((t 5 • ‹ • E)/(• ‹ • ⊏ • ‹ • E F =;))

L ¨ √((t H t w r • ‹ • s t r ¹)/(• ‹ • z z y ¹ñ r w • ‹ • u s ¹ w t 6 5 w)) L ¨ √((v u ä s t y)/(w r ä w t y z {))

= ¾ √(z t r ä y y r {) L t z ä x v s •

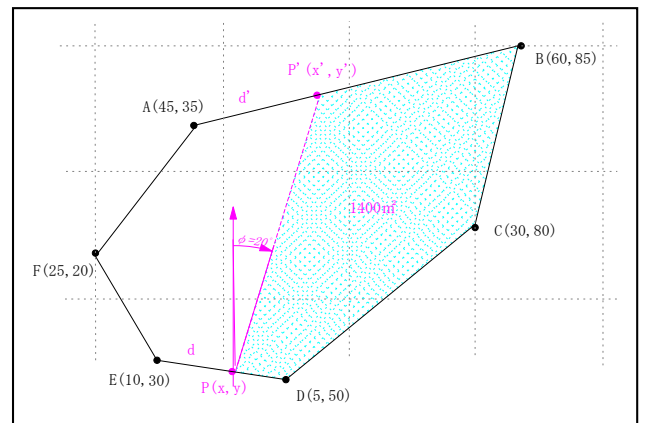
ℓ L ¨ √((t 5 • ‹ • E F =;)/(• ‹ • ⊏ • ‹ • E))

L ¨ √((t H t w r • ‹ • u s ¹ w w t w 6)/(• ‹ • z z ¹'r y w 6 • s t r ¹))

L ¨ √((t x v ä z w v)/(r ä z x w w x))

¾ √(u r w ä s r v s t) L s y ä v x y •

分割19

B(60, 85)
P′(x′, y′)
d′
A(45, 35)
1400㎡
C(30, 80)
φ=20°
F(25, 20)
d
E(10, 30)
P(x, y)
D(5, 50)

多角形ABCDEFの面積（S）を方向角φ＝20°の境界線P ¶で多角形P ¶BCDP(S_1)=1400m²になるように分割する。点P,点P ¶の座標を求めよ。

（ヒント）
①P(x, y)、P ¶(x ¶y ¶)のままで計算すると、変数が4個となり、非常に複雑な方程式になる。
②EDより勾配を求めPの座標式を距離dで表す。
③同様に、ABより勾配を求め、P ¶の座標式を距離d ¶で表す。
④このままではP,P ¶の座標はd、d ¶の関数なので、P,P ¶の方向角φを用いてd ¶をdで表す。そうすればP,P ¶はdの関数になるから、dは面積計算から以下のように求めることができる。
(解答)

1) EよりPの位置は

－ƒ ¶H L ›H F ›I / šH F šI L wrFur / wFsr L tr / Fw L Fv

IH L IT L Fyw{xuyxE szr¹

L srv¹r"tsr6

P点の座標

š L šI E † … ' IT

L srE † … '• srv"¹srt6

L srFrävtwv†

› L ›I E † • ‹ ¶T

L urE † • ‹ • srv¹"str6

L urEr{yrsv†

« (1)

2) P ¶の位置は

－ƒ ¶EF L ›F F ›E / šF F šE L zwFuw / xrFvw L wr / sw L uäuuuuu

EF L ET L yu'sz'ru6

šñ L šE E † … ' ETñ

L vwE †ñ … '• yu¹suz6

L vwE räzyuw'†

›ñ L ›E E †ñ • ‹ • ETñ

L uwE †ñ • ‹ • yu¹"szu6

L uwE r{wyzü†

« (2)

3) d ¶をdで表すためφ＝20° と(1)、(2)を用い

›ñ F › / šñ F š L uwE r{wyztüF :urE r{yrsv;† / vwE räzyutwF :srF rävtwv;†

L wE r{wyztüF r{yrsv† / uwE räzyutwE rävtwv† L －ƒ • trL¹ räuxu{y

wE r{wyztüF r{yrsvt räuxu{y

:uwE räzyutwE rävtwv;†

-1.05842d+0.85324d ¶7.73895=0

†ñ L säwzvtE yäyuz{w / räwutv L säv rvyE {äyr

« (3)

4) (3)を上の(2)に代入するとP ¶の座標は

š" L vwE räzyuw†

=45+0.28735 :säv rvyE {äyr;

=47.606+0.35645d

›" L uwE r{wyzü†

=35+0.95783 :säv rvyE {äyr;

=43.688+1.18816d

« (4)

多角形P ¶BCDPの面積

点名	X	Y	$Y_{i+1}-Y_{i-1}$	$X_i(Y_{i+1}-Y_{i-1})$
P'	①	②	55−0.97014d	−0.345806d²−26.5797d+2618.33
B	60	85	36.312−1.18816d	2178.72−71.2896d
C	30	80	−35	−1050
D	5	50	0.97014d−50	4.8507d−250
P	③	④	1.18816d−6.312	−0.288176d²+13.4125d−63.12
倍面積				−0.63398d²−79.6061d+3433.93＝2800
				−0.63398d²−79.6061d+633.93=0
				d²+125.5653d−999.918＝0…(1)
方程式(1)の解				d=7.514(条件 d>0)

①＝47.606+0.35645d

②＝43.688+1.18816d

③＝10−0.24254d

④＝30+0.97014d

5) 座標計算

(A)P点の座標(式(1)とdより)

š L šI E † … ' ¶T

L srF rävtwvHyäwsv

L zäsyz

› L ›I E † • ‹ ¶T

L urE r{yrsvHyäwsv

L uyä{r

†ñ L säv rvyE {äyr

L szäu{s

(B) P ¶点の座標(式(2)とd ¶より)

šñ L šE E † … ' ETñ

L vwE räzyuwszäu{s L wräzw

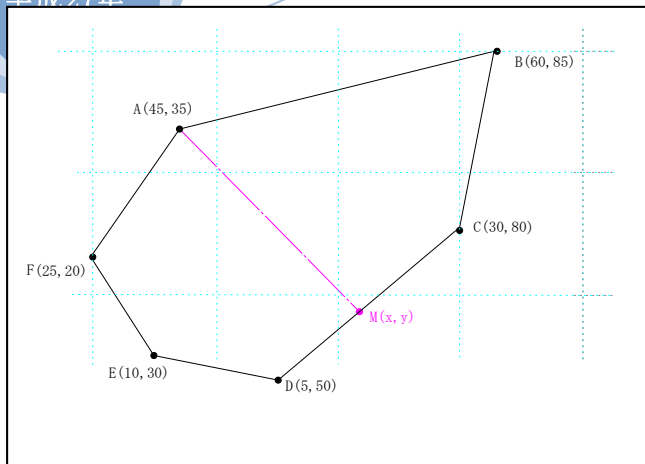
›ñ L ›E E †ñ • ‹ • ETñ

L uwE r{wyzszäu{s L wtäxsw

多角形P'PEFAの面積

点名	X	Y	$Y_{i+1}-Y_{i-1}$	$X_i(Y_{i+1}-Y_{i-1})$
P'	50.285	52.615	47.710	2399.097856
B	60	85	27.385	1643.079139
C	30	80	−35	−1050
D	5	50	−42.710	−213.5518402
P	8.178	37.290	2.615	21.38714805
倍面積				2800.012302
面積				1400.00m²

分割 20

B(60, 85)
A(45, 35)
C(30, 80)
F(25, 20)
M(x, y)
E(10, 30)
D(5, 50)

多角形ABCDEFの土地(S)をAMで等分割したい。
M(x, y)を求めよ。

(解答)
ABCDEFの面積

点番号	X	Y	Yi+1−Yi-1	Xi(Yi+1−Yi-1)
A	45	35	65	2925
B	60	85	45	2700
C	30	80	−35	−1050
D	5	50	−50	−250
E	10	30	−30	−300
F	25	20	5	125
倍面積				4150
面積m²				2075.00

Mの座標の式

−ƒ •HGL ›G F ›H / šG F šH L zrF wr / urF w L ur / tw L sä

HGL HQ L wr⁴s s̈vr 6
šL šH E†…‘•HQ
L wE†…‘•wr⁷s̈ s6
L wErä̈ vrsz†

›L ›H E†•‹•HQ
L wrE†•‹•wr¹"svsr 6
L wrEraÿxzt t†

点番号	X	Y	Yi+1−Yi-1	Xi(Yi+1−Yi-1)
A	45	35	③	1575−34.5699d
B	60	85	45	2700
C	30	80	④	23.0466d−1050
M	①	②	−45	−28.8081d−225
倍面積				− 40.3314d+3000=2075
				-40.3314d=-925

d	22.935

①＝5+0.64018d
②=50+0.76822d
③＝35−0.76822d
④＝−35+0.76822d

Mの座標の計算
šL šH E†…‘•HQ L wErä̈ vrsz†
L wErä̈ vrszt tä{uw L s{ä̈ zu

›L ›H E†•‹•HQ L wrEraÿxzt t†
L wrEraÿxzt tt tä{uw L xyä̈ s{

付録A 座標変換

(1)Helmert変換

座標軸の回転（θ）、座標原点の移動(x_o, y_o)及び座標(x, y)の縮率λを考慮すれば、次式で書ける。

(1−1) šL I ® ®‥ ‘E F I ® ®‹E E šm
›L I ® ®‹E E I ® ®‥ ‘E E ›m

そこで、上の式において

(1−2) šCL I B‥ ‘E F•‹E / •‹E …‘E CB CE B šm C

(1−3) ƒL I ®‥ ‘E
^„ L I ®‹E
‥L šm
†L ›m

とおけば、式(1−1)は次のように簡単に表せる。

(1−4) šL ƒ® F„® E…
›L „® E ƒ® E†

又は

(1−5) šCL B F s r / r s CƑ O … †

この式は、二次元のヘルマート変換式と呼ばれる。これら4個のパラメータを最小二乗法で求めると，それらの4個の要素は次のように求めることができる。

(1−6) ƒE L ›qg⁷ / ›am̃q L
I L ¾ƒ⁶ E „⁶
šm L …
›m L †

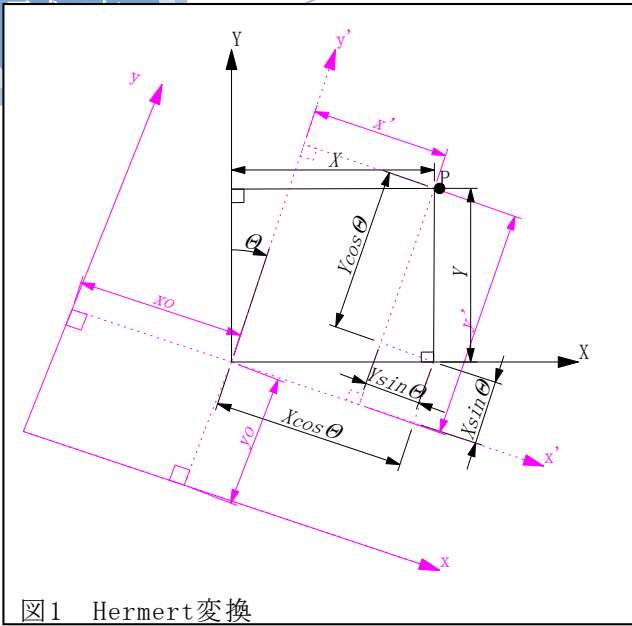



図1　Hermert変換

(2)アフィン変換

通常、二次元のアフィン変換式(affine transformation)は、次のように書く。

(2-1)　š L ƒ5 E „5 E ·5·
　　　› L ƒ6 E „6 E ·6·

しかしながら、それら6個のパラメータ（変換式の係数）の幾何学的意味が明らかでないので、これを解いておこう。

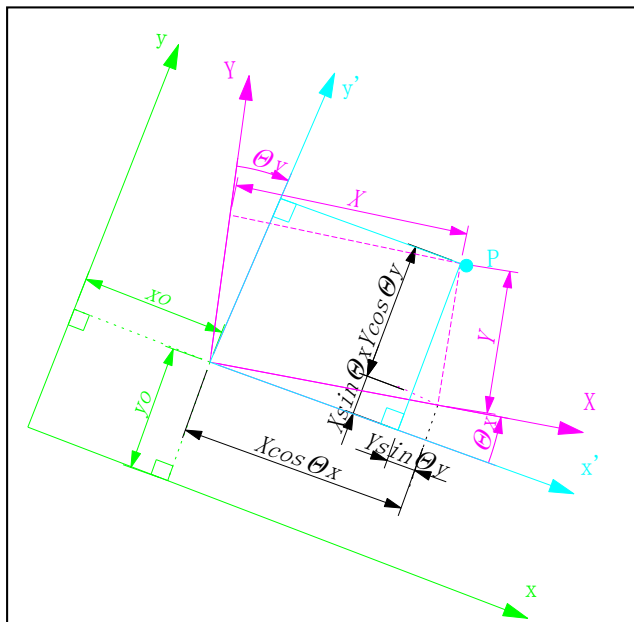
式(1-1)におけるヘルマート変換式において測定座標X、Y軸の縮率(Iv á Iw)と、x軸の傾き Evとy軸の傾き Ewを与えると、それらは次式で表される。

(2-2)　š L Iv ® ®.. 'Ev F Iw ® ®• ‹ Ew E šm
　　　› L Iv ® ®• ‹ Ev E Iw ® ®.. 'Ew E ›m

そこで、上の式において

(2-3)　B š › C L H Iv… 'Ev　Iw• ‹ Ew ; Iv• ‹ Ev　Iw… 'Ew I B Œ E B šm ›m C

図2　アフィン変換

(2-4)
ƒ5 L Iv… 'Ev
„5 L F Iw• ‹ Ew
·5· L šm
ƒ6 L Iv• ‹ Ev
„6 L Iw… 'Ew
·6· L ›m

とおけば、式(2-3)は次のように表せる。

(2-5)　š L ƒ5 ® E „5 ® E ·5·
　　　› L ƒ6 ® E „6 ® E ·6·

したがって、最初に示した式(2-1)を導いた。通常、二次元のアフィン変換式と呼ばれている。これら6個の変換係数(パラメータ)を最小二乗法で求めると，それらの６個の要素は次式で求めることができる。

(2-6)
− ƒEv L ›n q g˜l n / ›n a m˜q n
− ƒEw L F ?›o q g˜l o / ›o a m˜q o
Iv L § Iv^6 … ^6Ev E Iv^6 • ‹ ^6Ev L ¥ ƒ5^6 E ƒ6^6
Iw L § : F Iw • ‹ Ew ;^6 E : Iw… 'Ew ;^6 L ¥ „5^6 E „6^6
šm L ·5·
›m L ·6·

(3)コロケーション

以前に用いたある一つの平面座標ＸＹと時間が経過した時点での同じ点の平面座標ｘｙがあり、前者の座標ＸＹをすべてｘｙに変換したい場合がある。また、両座標系が任意座標系で、座標軸の回転と原点の移動量のみが考えられる場合である。ここで、両座標系の原点の縮率はm_o=1.0とする。

そのときには、４個のパラメータのHelmert変換、又は６個のパラメータのアフィン変換により、殆ど正確に変換が行えるものとみなしていたが、これが誤りであることが判明した。以下に3個の変数(3個の要素)の変換式を導くことにする。

たとえば、通常のHelmert変換では、次の式で表される。

(3-1)　š L I ® ®.. 'EF I ® ®• ‹ EE šm
　　　› L I ® ®• ‹ EE I ® ®.. 'EE ›m

しかし、今回の設定はλ=1.0なので、

(3-2)　š L　®.. 'EF　®• ‹ EE šm
　　　› L　®• ‹ EE　®.. 'EE ›m

この式(3-2)を通常の最小二乗法で解くには、…'EL ƒ,　• ‹ EL „,　šm L …,　›m L †と